

Facoltà di Ingegneria
Prova scritta di Fisica II
22 Luglio 2003 - Compito A

Quesito n. 1

Una minuscola particella di massa m possiede una carica non nota q . Si vede, però, che tale particella resta in equilibrio, nel punto O (Fig. 1a), quando viene sottoposta all'azione concomitante della forza peso e della forza di natura elettrostatica generata dalla distribuzione semicircolare di carica uniforme mostrata nella Fig. 1a. Detto R il raggio della semicirconferenza sulla quale è disposta uniformemente la carica e λ la densità lineare di carica, si calcoli:

- a) il valore del campo elettrico \vec{E} in O generato dalla distribuzione semicircolare di carica;
- b) il valore del potenziale elettrostatico V in O ;
- c) la forza, di natura elettrostatica, \vec{F}_E che la distribuzione semicircolare di carica esercita sulla particella in O ;
- d) la carica q della particella in equilibrio in O ;

Nella Fig. 1b viene rappresentata una distribuzione rettilinea di carica a distanza R dall'asse x . La lunghezza di questa distribuzione di carica è $L = \pi R$. Anche questa volta la densità di carica λ è costante, e una particella, ancora di massa m , ma di carica q^* , è in equilibrio in O . In questo caso si calcoli:

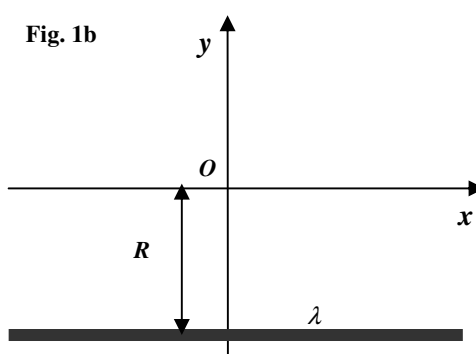
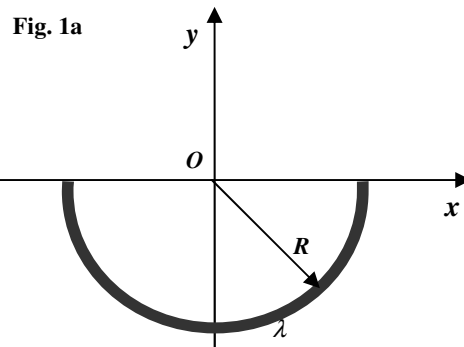
- e) il valore del campo elettrico \vec{E}^* in O generato dalla distribuzione rettilinea di carica;
- f) il valore del potenziale elettrostatico V^* in O ;
- g) la forza, di natura elettrostatica, \vec{F}_E^* che la distribuzione rettilinea di carica esercita sulla particella in O ;
- h) la carica q^* della particella in equilibrio in O ;

Si ricordi che :

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}, \quad g = 9.8 \frac{m}{s^2} \quad \text{e} \quad \int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2 \sqrt{x^2 + a^2}} + c.$$

Se supponiamo che $\lambda = 10^{-8} \text{ C/m}$, $R = 10,0 \text{ cm}$, $m = 1,50 \text{ g}$, si risponda alle seguenti domande.

1. Il valore del campo elettrico \vec{E} in O generato dalla distribuzione semicircolare di carica in Fig. 1a è
 - A. $\vec{E} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \hat{y}$
 - B. $\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} \hat{y} \quad (*)$
 - C. $\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R^2} \hat{y}$
 - D. $\vec{E} = \frac{\lambda}{2\epsilon_0 R} \hat{x}$
2. Il valore del potenziale elettrostatico V in O generato dalla distribuzione semicircolare di carica in Fig. 1a è
 - A. $V = 89.9 \text{ Volt}$
 - B. $V = 180 \text{ Volt}$
 - C. $V = 282 \text{ Volt} \quad (*)$
 - D. $V = 565 \text{ Volt}$
3. La forza, di natura elettrostatica \vec{F}_E , che la distribuzione semicircolare di carica in Fig. 1a esercita sulla particella in O vale:
 - A. $\vec{F}_E = \frac{\lambda^2}{4\pi\epsilon_0} \hat{y}$
 - B. $\vec{F}_E = \frac{\lambda q}{4\pi\epsilon_0 R} \hat{x}$



$$C. \quad \vec{F}_E = \frac{\lambda q}{2\pi\epsilon_0 R} \hat{y} \quad (*)$$

$$D. \quad \vec{F}_E = \frac{\lambda^2 q}{2\pi\epsilon_0 R} \hat{y}$$

4. La carica q della particella in equilibrio in O vale

- A. $9.69 \times 10^{-6} \text{ C}$
- B. $8.18 \times 10^{-6} \text{ C} \quad (*)$
- C. $1.69 \times 10^{-6} \text{ C}$
- D. $8.45 \times 10^{-6} \text{ C}$

5. Il valore del campo elettrico \vec{E}^* in O generato dalla distribuzione rettilinea di carica in Fig. 1b è

$$A. \quad \vec{E}^* = \frac{\lambda}{4\epsilon_0 R} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{2}\right)^2}} \hat{y} \quad (*)$$

$$B. \quad \vec{E}^* = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \hat{y}$$

$$C. \quad \vec{E}^* = \frac{\lambda}{4\epsilon_0 R} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{2}\right)^2}} \hat{x}$$

$$D. \quad \vec{E}^* = \frac{\lambda}{4\sqrt{3}\epsilon_0 R} \hat{y}$$

6. Il valore del potenziale elettrostatico $V^*(r)$ in O generato dalla distribuzione rettilinea di carica in Fig. 1b è

- A. $V^*=282 \text{ Volt}$
- B. $V^*=222 \text{ Volt} \quad (*)$
- C. $V^*=565 \text{ Volt}$
- D. $V^*=167 \text{ Volt}$

7. La forza, di natura elettrostatica \vec{F}_E^* , che la distribuzione rettilinea di carica in Fig. 1b esercita sulla particella in O vale:

$$A. \quad \vec{F}_E^* = \frac{\lambda^2}{4\pi\epsilon_0} \hat{y}$$

$$B. \quad \vec{F}_E^* = \frac{q^* \lambda}{4\epsilon_0 R} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{2}\right)^2}} \hat{y} \quad (*)$$

$$C. \quad \vec{F}_E^* = \frac{q^* \lambda}{4\epsilon_0 R} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{2}\right)^2}} \hat{x}$$

$$D. \quad \vec{F}_E^* = \frac{q^* \lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \hat{y}$$

8. La carica q^* della particella in equilibrio in O vale

- A. $9.69 \times 10^{-6} \text{ C} \quad (*)$
- B. $8.18 \times 10^{-6} \text{ C}$
- C. $1.69 \times 10^{-6} \text{ C}$
- D. $8.45 \times 10^{-6} \text{ C}$

9. Se, nel caso della distribuzione di carica rettilinea, mandassimo il valore di R all'infinito, tenendo conto non solo del fatto che la distribuzione di carica diventa infinita, ma anche che essa si allontana all'infinito dal punto O , allora il campo elettrico \vec{E}^* in O sarebbe

- A. finito
- B. infinito
- C. oscillante
- D. nullo $(*)$

Quesito 2.

Nella Fig. 2 è rappresentata una distribuzione sferica di carica elettrica, nella quale la densità volumica ρ varia con la distanza dal centro r della distribuzione stessa nel modo seguente:

$$\rho(r) = \rho_0 \left(\frac{r}{R} \right)^n,$$

ove n è un numero naturale, compreso lo zero, ρ_0 una densità volumica di carica costante ed R il raggio della sfera che racchiude tutta la carica elettrica. Calcolare, in termini di ρ_0 , n ed R e della costante dielettrica del vuoto ϵ_0 :

- la carica totale Q racchiusa nella sfera;
- il flusso $\Phi(\vec{E})$ del campo elettrico uscente da due superfici sferiche di centro O e di raggio, rispettivamente, $0 < r < R$ ed $r > R$;
- il campo elettrico $\vec{E}(r)$ per $r > 0$;
- il potenziale $V(r)$ per $r > 0$.

Si risponda quindi alle seguenti domande:

- Il campo elettrico $\vec{E}(r)$ è una funzione
 - discontinua
 - continua insieme a tutte le sue derivate
 - continua insieme alla sola derivata prima
 - continua (*)

- La carica totale Q racchiusa nella sfera vale

- $Q = \frac{4\pi\rho_0 R^2}{n+2}$
- $Q = \frac{4\pi\rho_0 R^3}{n+2}$
- $Q = \frac{\rho_0 R^3}{n+3}$
- $Q = \frac{4\pi\rho_0 R^3}{n+3}$ (*)

- Il flusso $\Phi(\vec{E})$ del campo elettrico uscente da una superficie sferica di centro O e di raggio $0 < r < R$ vale

- $\Phi(\vec{E}) = \frac{4\pi\rho_0 R^3}{\epsilon_0(n+3)}$
- $\Phi(\vec{E}) = \frac{4\pi\rho_0}{\epsilon_0 R^{n-1}} \frac{r^{n+2}}{n+2}$
- $\Phi(\vec{E}) = \frac{4\pi\rho_0}{\epsilon_0 R^n} \frac{r^{n+3}}{n+3}$ (*)
- $\Phi(\vec{E}) = \frac{\rho_0}{\epsilon_0 R^{n-3}} \frac{r^n}{n}$

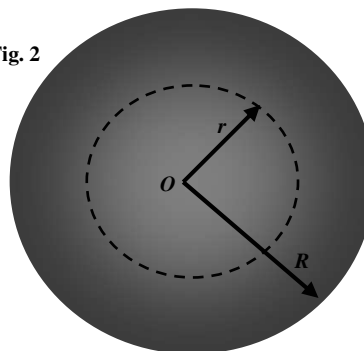
- Il campo elettrico $\vec{E}(r)$ per $0 < r < R$ ha modulo pari a

- $E(r) = \frac{\rho_0 r^{n+1}}{(n+3)\epsilon_0 R^n}$ (*)
- $E(r) = \frac{\rho_0 r^{n+1}}{n\epsilon_0 R^n}$
- $E(r) = \frac{\rho_0 r^{n+1}}{(n+3)\epsilon_0 R}$
- $E(r) = \frac{\rho_0 r^{n+1}}{\epsilon_0 R^2}$

- Il campo elettrico $\vec{E}(r)$ per $r > R$ ha modulo

- $E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^{n+1}}$
- $E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2}$ (*)
- $E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{R}{r^3}$

Fig. 2



$$D. \quad E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \frac{1}{r}$$

15. Per $n=0$, il potenziale $V(r)$ per $r>R$ è dato dalla seguente espressione

$$A. \quad V(r) = \frac{Q r^2}{8\pi\epsilon_0 R^3}$$

$$B. \quad V(r) = \frac{Q}{8\pi\epsilon_0 R} \left(3 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

$$C. \quad V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \quad (*)$$

$$D. \quad V(r) = \frac{Q r}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

16. Ancora per $n=0$, l'energia elettrostatica U_E associata alla distribuzione di carica nella Fig. 2 vale:

$$A. \quad U_E = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0 R}$$

$$B. \quad U_E = \frac{3}{5} \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 R} \quad (*)$$

$$C. \quad U_E = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 R}$$

$$D. \quad U_E = \frac{11}{15} \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 R}$$

Quesito n. 3

Una sbarretta cilindrica CD , di sezione uniforme S_0 e di lunghezza l , si muove, parallelamente a se stessa, di moto rettilineo uniforme così come mostrato nella Fig. 3. Partendo dalla posizione $x=a$ a $t=0$ s essa viaggia, lungo

l'asse x , con velocità costante $\vec{v}_0 = v_0 \hat{x}$, ove \hat{x} è il versore lungo la direzione x . La sbarretta, composta da materiale ohmico di resistività ρ , è a contatto con due binari di un conduttore di resistenza trascurabile, collegati tra loro dal tratto di conduttore AB , come nella Fig. 3, anch'esso di resistenza trascurabile. Un filo rettilineo molto lungo, posto sull'asse y , è percorso da una corrente I , così come mostrato nella Fig. 3.

Si calcoli

- Il campo \vec{B} prodotto dalla corrente I in tutto lo spazio;
- Il flusso del campo \vec{B} attraverso il rettangolo $ABCD$ quando la sbarretta CD è a distanza generica x dall'asse y ;
- La forza elettromotrice indotta nel circuito $ABCD$ all'istante di tempo t ;
- La resistenza R della sbarretta;
- La corrente $i(t)$ che circola nel circuito $ABCD$ per ogni istante di tempo t ;
- La potenza dissipata nella sbarretta all'istante di tempo t .

Dati del problema:

$l = 10.0$ cm, $S_0 = 10^{-2}$ cm², $a = 2.00$ cm, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Hm⁻¹, $I = 0.10$ A, $\rho = 10^{-5}$ Ωm⁻¹, $v_0 = 10.0$ m/s.

Si ricordi che

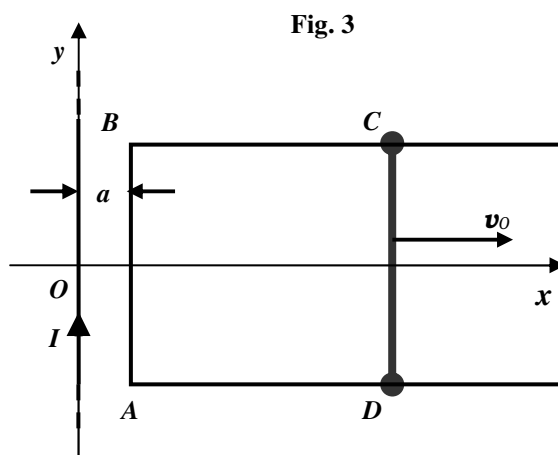
$$\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x} \Rightarrow \int \frac{1}{x} dx = \ln x + c; \quad \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} \right) = -\frac{1}{x^2} \Rightarrow \int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + c.$$

Si risponda, quindi, alle seguenti domande:

17. Il campo \vec{B} sulla sbarretta nella sua posizione iniziale è:

- Ortogonale al piano x - y e in modulo pari a $B(a) = 3.14 \cdot 10^{-6}$ T
- Ortogonale al piano x - y e in modulo pari a $B(a) = 1.00 \cdot 10^{-6}$ T (*)
- Parallelo all'asse y e in modulo pari a $B(a) = 5.00 \cdot 10^{-7}$ T
- Parallelo all'asse x e in modulo pari a $B(a) = 1.57 \cdot 10^{-6}$ T

18. Il flusso $\Phi(\vec{B})$ del campo \vec{B} attraverso il rettangolo $ABCD$ quando la sbarretta CD è a distanza generica x dall'asse y è dato dall'espressione



- A. $\Phi(\vec{B}) = \frac{\mu_0 I l}{2\pi}$
- B. $\Phi(\vec{B}) = \frac{\mu_0 I l}{4\pi} \ln\left(\frac{x^2}{a^2}\right)$
- C. $\Phi(\vec{B}) = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \ln\left(\frac{x}{a}\right) (*)$
- D. $\Phi(\vec{B}) = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \left(\frac{x}{a}\right)$

19. Il valore assoluto della forza elettromotrice indotta *f.e.m* nel circuito *ABCD* all'istante di tempo *t* è data dall'espressione seguente:

- A. $|f.e.m| = \frac{\mu_0 I l v_0}{2\pi(v_0 t + a)} (*)$
- B. $|f.e.m| = \frac{\mu_0 I l v_0^2 t}{2\pi(v_0 t + a)^2}$
- C. $|f.e.m| = \frac{\mu_0 I l v_0^2 t}{(v_0 t + a)^2}$
- D. $|f.e.m| = \frac{\mu_0 I l v_0}{2\pi} \ln\left(\frac{v_0 t}{v_0 t + a}\right)$

20. La resistenza *R* della sbarretta vale:

- A. $1.00 \cdot 10^{-6} \Omega$
- B. $1.00 \Omega (*)$
- C. $1.00 \cdot 10^{-2} \Omega$
- D. 10.0Ω

21. La corrente *i(t)* nel circuito *ABCD*

- A. circola in senso antiorario ed è pari a $i(t) = \frac{\mu_0 I l v_0}{2\pi R(v_0 t + a)} (*)$
- B. circola in senso antiorario ed è pari a $i(t) = \frac{\mu_0 I l v_0^2 t}{2\pi R(v_0 t + a)^2}$
- C. circola in senso orario ed è pari a $i(t) = \frac{\mu_0 I l v_0^2 t}{R(v_0 t + a)^2}$
- D. circola in senso orario ed è pari a $i(t) = \frac{\mu_0 I l v_0}{2\pi R} \ln\left(\frac{v_0 t}{v_0 t + a}\right)$

22. La corrente all'istante di tempo $t=0$. *I* s è pari a

- A. zero
- B. 0.10 A
- C. $1.55 \cdot 10^{-3} \text{ A}$
- D. $1.96 \cdot 10^{-8} \text{ A} (*)$

23. La potenza istantanea *P(t)* dissipata nella sbarretta è data dalla seguente espressione

- A. $P(t) = \frac{1}{R} \left[\frac{\mu_0 I l v_0}{2\pi(v_0 t + a)} \right]^2 (*)$
- B. $P(t) = \frac{1}{R} \left[\frac{\mu_0 I l v_0^2 t}{2\pi(v_0 t + a)^2} \right]^2$
- C. $P(t) = \frac{1}{R} \left[\frac{\mu_0 I l v_0^2 t}{(v_0 t + a)^2} \right]^2$
- D. $P(t) = \frac{1}{R} \left[\frac{\mu_0 I l v_0}{2\pi} \ln\left(\frac{v_0 t}{v_0 t + a}\right) \right]^2$

24. L'energia totale dissipata nella sbarretta per effetto Joule è pari a

- A. $2.55 \cdot 10^{-7} \text{ J}$
- B. $2.00 \cdot 10^{-10} \text{ J}$
- C. $2.55 \cdot 10^{-13} \text{ J}$
- D. $2.00 \cdot 10^{-15} \text{ J (*)}$

Altre domande:

25. In un punto molto vicino alla superficie di un conduttore con densità di carica superficiale σ , il campo è

- A. ortogonale alla superficie del conduttore e di modulo $\frac{\sigma}{\epsilon_0} (*)$
- B. ortogonale alla superficie del conduttore e di modulo $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$
- C. parallelo alla superficie del conduttore e di modulo $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$
- D. parallelo alla superficie del conduttore e di modulo $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$

26. Il teorema di Gauss vale:

- A. solo quando all'esterno della superficie gaussiana non c'è carica elettrica
- B. solo quando la distribuzione di carica ha una simmetria ben definita (es. sferica, cilindrica, etc.)
- C. per ogni tipo di distribuzione di carica (*)
- D. solo quando la distribuzione di carica è discreta

27. Il campo elettrico all'interno di un guscio sferico conduttore di raggio R e carica Q vale:

- A. 0 (*)
- B. $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$
- C. $\frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 R}$
- D. $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$

28. La resistività di un metallo, con l'aumentare della temperatura,

- A. aumenta (*)
- B. diminuisce
- C. resta costante
- D. diventa nulla

29. Un dipolo elettrico di momento di dipolo \vec{p} in un campo elettrico uniforme \vec{E} tale che $\frac{\vec{E} \cdot \vec{p}}{Ep} = \cos \theta$ è

soggetto ad un momento meccanico di modulo

- A. 0
- B. $pE \cos \theta$
- C. $pE \sin \theta (*)$
- D. $pE \tan \theta$

30. Una carica +Q è posta al centro della cavità praticata all'interno di un conduttore neutro isolato. Le cariche indotte sulla parete interna ed esterna del conduttore sono rispettivamente:

- A. $Q_{\text{int}} = 0, Q_{\text{ext}} = -Q$
- B. $Q_{\text{int}} = -Q, Q_{\text{ext}} = 0$
- C. $Q_{\text{int}} = -Q, Q_{\text{ext}} = +Q (*)$
- D. $Q_{\text{int}} = +Q, Q_{\text{ext}} = -Q$

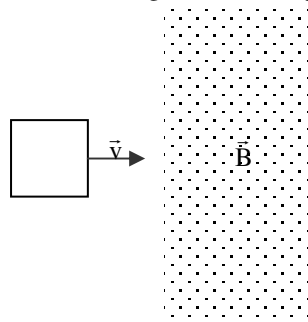
31. Un protone avente quantità di moto \vec{p} e carica elettrica e entra in una regione con campo di induzione magnetica \vec{B} ortogonale a \vec{v} ; la sua traiettoria diventa un arco di circonferenza di raggio di curvatura

- A. $\frac{p}{eB} (*)$
- B. $\frac{eB}{p}$

- C. $\frac{ep}{B}$
- D. $\frac{e}{pB}$

32. Una spira conduttrice quadrata, non percorsa da corrente, viene lanciata in una regione con campo magnetico \vec{B} uniforme, ad essa ortogonale. La spira entrando nella regione del campo

- A. non subisce alcuna forza
- B. viene attratta nella regione del campo magnetico
- C. viene respinta dalla regione del campo magnetico (*)
- D. subisce una forza parallela alla direzione del campo magnetico \vec{B}



33. Un dipolo elettrico genera un potenziale che

- A. va come l'inverso del quadrato della distanza dal dipolo (*)
- B. va come l'inverso del cubo della distanza dal dipolo
- C. come l'inverso della distanza dal dipolo
- D. è zero ovunque

34. Il modulo del campo elettrico di un filo rettilineo indefinito (nelle due direzioni) con densità di carica lineare costante λ ha espressione

- A. $\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$ (*)
- B. $\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r}$
- C. $\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r^2}$
- D. $\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

35. L'induttanza per unità di lunghezza, L , di una solenoide ideale di sezione A e con n spire per unità di lunghezza è pari a

- A. $L = \frac{\mu_0 n^2}{A}$
- B. $L = \mu_0 n^2 A$ (*)
- C. $L = \mu_0 n A^2$
- D. $L = \mu_0^2 n^2 A$

36. Con $V(\infty)=0$ il potenziale elettrico all'interno di un guscio sferico conduttore di raggio R e carica $-Q$ vale:

- E. 0
- F. $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$
- G. $-\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$ (*)
- H. $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$